

Wymagania edukacyjne z matematyki klasa III zakres rozszerzony

Wymagania na ocenę dopuszczającą Uczeń:	Wymagania na ocenę dostateczną Uczeń sprostą wymaganiom na niższy stopień oraz:	Wymagania na ocenę dobrą Uczeń sprostą wymaganiom na niższe stopnie oraz:	Wymagania na oceny bardzo dobrą Uczeń sprostą wymaganiom na niższe stopnie oraz:	Wymagania na oceny celującą Uczeń sprostą wymaganiom na niższe stopnie oraz:
1. Funkcje trygonometryczne				
<ul style="list-style-type: none"> - zaznacza kąt w układzie współrzędnych - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu - określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: 90°, 120°, 135°, 225°, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in \langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ - określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $\langle 0^\circ; 360^\circ \rangle$ - bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa - wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej - określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych 	<ul style="list-style-type: none"> - korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m$, $\cos x = m$ w zależności od parametru m - podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$ - szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji $y = af(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów 	<ul style="list-style-type: none"> - dowodzi trudniejszych tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia - rozwiązuje trudniejsze równania trygonometryczne - szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności - szybko, sprawnie i bezbłędnie wykonuje obliczenia 	<ul style="list-style-type: none"> - wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta - stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów w równaniach - rozwiązuje równania trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia - rozwiązuje zadania funkcji trygonometrycznych – o znacznym stopniu trudności

<p>trygonometrycznych tego kąta</p> <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α - zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbf{Z}$ - wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia - zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie - zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha, k \in \mathbf{Z}$ - odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu - szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX 	<p>kątów o danej mierze łukowej</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji okresowej - szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych w danym przedziale i określa ich własności - stosuje okresowość funkcji do wyznaczenia jej wartości - określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość - określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\operatorname{tg}x = a$, $\operatorname{ctg}x = a$ w podanym przedziale - szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX - podaje amplitudę wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest 	<ul style="list-style-type: none"> - dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia - wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta - stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych - rozwiązuje równania trygonometryczne, które 		
---	---	--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$ - rozwiązuje proste równania trygonometryczne - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych 	<p>funkcją trygonometryczną</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ oraz $y = f(-x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności - szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności - dowodzi prostszych tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia - oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich - stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości 	<p>można sprowadzić do równań wielomianowych</p>		
--	---	--	--	--

	trygonometrycznych lub kalkulatora) - rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias			
2. Geometria analityczna				
<ul style="list-style-type: none"> - oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych - wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców - oblicza odległość punktu od prostej - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt 	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych - oblicza odległość między prostymi równoległymi - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - stosuje w zadaniach równanie okręgu - określa wzajemne położenie dwóch okręgów 	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem - wyznacza równanie stycznej do okręgu 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej - stosuje w trudniejszych zadaniach równanie okręgu - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej - wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie - szybko, sprawnie i bezbłędnie wykonuje obliczenia 	<ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje działania na wektorach w trudniejszych zadaniach na dowodzenie - rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej lub dwóch okręgów

<ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem - wykonuje działania na wektorach - stosuje działania na wektorach do podziału odcinka - wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu - wskazuje figury środkowosymetryczne 	<ul style="list-style-type: none"> - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej - stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów - sprawdza, czy wektory są równoległe - wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek - stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną - stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów - stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach 	<p>spełniającej podane warunki</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru - stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów 		
--	--	--	--	--

<ul style="list-style-type: none"> - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych 	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej 			
<h3>3. Ciągi</h3>				
<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji - wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego dany warunek - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<ul style="list-style-type: none"> - dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu - udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy 	<ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego

<p>wyrazy spełniają dane warunki</p> <ul style="list-style-type: none"> - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego kolejne wyrazy albo wzór ogólny - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu - bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego - stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę 	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami - udowadnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego 	<p>jego wykres jest zawarty w pewnej prostej</p> <ul style="list-style-type: none"> - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, w tym w zadaniach na dowodzenie - oblicza granice ciągów w trudniejszych zadaniach - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej - szybko, sprawnie i bezbłędnie wykonuje obliczenia 	
---	---	---	--	--

<ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny 	<p>wyrazów ciągu arytmetycznego</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu - stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym 			
--	---	--	--	--

	<p>w prostszych zadaniach na dowodzenie</p> <ul style="list-style-type: none">- oblicza oprocentowanie lokaty- ustala okres oszczędzania- ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość- uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy- bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby- oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych- stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów- oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach- oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych			
--	---	--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - zamienia ułamek okresowy na zwykły 			
4. Rachunek różniczkowy				
<ul style="list-style-type: none"> - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice funkcji w nieskończoności 	<ul style="list-style-type: none"> - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie 	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie - wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza 	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza granicę funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności - wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych - wyznacza pochodną funkcji będącej 	<ul style="list-style-type: none"> - wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w trudniejszych zadaniach z parametrem

<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie - stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia - podaje schemat badania własności funkcji 	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu 	<p>wzory na pochodne funkcji</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał - szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności 	<p>złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem - szybko, sprawnie i bezbłędnie wykonuje obliczenia 	
--	---	---	---	--

	<p>funkcji w punkcie tworzy z osią OX</p> <ul style="list-style-type: none">- stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji- wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę- wyznacza pochodną funkcji złożonej- stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej- uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej- wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie- uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum- wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym			
--	---	--	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej - wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych - bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli 			
5. Statystyka				
<ul style="list-style-type: none"> - oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych - oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wyznacza medianę i dominantę zestawu danych 	<ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną - odczytuje informacje ze skali centylowej - wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę - stosuje w zadaniach średnią ważoną 	<ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę i dominantę 	<ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną - szybko, sprawnie i bezbłędnie wykonuje obliczenia 	

<ul style="list-style-type: none">- wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób- oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami				
--	--	--	--	--