

Wymagania edukacyjne z matematyki I – zakres podstawowy i rozszerzony

Wymagania na ocenę dopuszczającą	Wymagania na ocenę dostateczną	Wymagania na ocenę dobrą	Wymagania na ocenę bardzo dobrą	Wymagania na ocenę celującą
Uczeń	Uczeń sprostą wymaganiom na niższy stopień oraz:	Uczeń sprostą wymaganiom na niższe stopnie oraz	Uczeń sprostą wymaganiom na niższe stopnie oraz	Uczeń sprostą wymaganiom na niższe stopnie oraz
LICZBY RZECZYWISTE				
- Wykonuje proste działania w zbiorach Z, Q, R. - Oblicza pierwiastki nieujemne i stopnia nieparzystego. - Włącza/wyłącza czynnik pod/przed pierwiastek kwadratowy i stosuje prawa działań na nich. - usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia $\frac{1}{\sqrt{a}}$ - przekształca i oblicza wartości prostych wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe - oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych - zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym - zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie - upraszcza proste wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach - Stosuje definicję logarytmu do obliczania wartości, podstawy lub liczby logarytmowanej. - Oblicza procent liczby, procent dwóch liczb, wyznacza liczbę z danego procentu oraz stosuje	- wykonuje działania w zbiorach liczb całkowitych, wymiernych i rzeczywistych - wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego; włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego - wykonuje działania na pierwiastkach tego samego stopnia, stosując odpowiednie twierdzenia - przekształca i oblicza wartości wyrażeń zawierających pierwiastki kwadratowe - upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach - porównuje liczby przedstawione w postaci potęg - stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń - wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu - posługuje się procentami w rozwiązywaniu zadań praktycznych	- przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych - stosuje ogólny zapis liczb naturalnych: parzystych, nieparzystych, podzielnych przez 3 itp. - wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych - zamienia ułamek dziesiętny okresowy na ułamek zwykły - porównuje pierwiastki bez użycia kalkulatora - wyznacza wartość wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach - wyłącza czynnik przed znak pierwiastka dowolnego stopnia, włącza czynnik pod pierwiastek dowolnego stopnia - usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\sqrt[3]{a}$ - upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach - porównuje liczby przedstawione w postaci potęg oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej	- konstruuje odcinki o długościach niewymiernych - wykorzystuje dzielenie z resztą do przedstawienia liczby naturalnej w postaci $a \cdot k + r$ - wykonuje działania łączne na liczbach rzeczywistych (trudniejsze przypadki) - upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach (trudniejsze przypadki) - porównuje liczby przedstawione w postaci potęg (trudniejsze przypadki) - stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowodnienia równości wyrażeń - oblicza, o ile procent jedna liczba jest większa (mniejsza) od drugiej - rozwiązuje złożone zadania tekstowe, wykorzystując obliczenia procentowe - sprawnie, szybko i bezbłędnie wykonuje obliczenia	- przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb - rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące liczb rzeczywistych

procenty w prostych zadaniach.		•ocenia dokładność zastosowanego przybliżenia.		
JĘZYK MATEMATYKI				
• Stosuje pojęcia: zbiór, podzbiór, skończony/nieskończony i wymienia ich elementy. • Zaznacza przedziały na osi i wyznacza przedziały z nierówności. • Rozwiązuje proste nierówności liniowe, sprawdza ich rozwiązania i zaznacza je na osi. • Przekształca wyrażenia: wyłącza jednomian przed nawias, mnoży sumy, redukuje wyrazy podobne. • Zapisuje związki algebraiczne w prostych przypadkach. Stosuje wzory skróconego mnożenia (proste przypadki) do przekształceń oraz rozwiązywania równań/nierówności. • Oblicza wartość bezwzględną i stosuje geometryczną interpretację do równań/nierówności typu $x =a$, $x <a$.	• opisuje symbolicznie dane zbiory • posługuje się pojęciami iloczynu, sumy oraz różnicy zbiorów • wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów liczbowych oraz zaznacza je na osi liczbowej • rozwiązuje nierówności liniowe, sprawdza, czy dana liczba spełnia daną nierówność • nierówności liniowej • zapisuje zbiory w postaci przedziałów liczbowych, np. $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq -4 \wedge x < 1\} = [-4; 1)$ • mnoży sumy algebraiczne przez siebie oraz redukuje wyrazy podobne w otrzymanej sumie • zapisuje związki między wielkościami za pomocą wyrażeń algebraicznych • stosuje wzory skróconego mnożenia do przekształcania wyrażeń algebraicznych • stosuje przekształcenia wyrażeń algebraicznych do rozwiązywania równań i nierówności	• Wyznacza dopełnienie zbiorów oraz zaznacza układy nierówności liniowych na osi. • Przeprowadza proste dowody na wyrażeniach algebraicznych. • stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ • usuwa niewymierność z mianownika wyrażenia typu $\frac{a}{b \pm c\sqrt{d}}$ • stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności • stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym • stosuje interpretację geometryczną wartości bezwzględnej liczby do rozwiązywania równań i nierówności • wyprowadza wzory skróconego mnożenia	• wykonuje złożone działania na przedziałach liczbowych • przeprowadza dowody, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych • stosuje przekształcenia algebraiczne do rozwiązywania równań i nierówności (trudniejsze przypadki) • upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną • sprawnie, szybko i bezbłędnie wykonuje obliczenia	• dowodzi podzielności liczb (trudniejsze przypadki) • stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące zbiorów, przekształcania wyrażeń algebraicznych i własności wartości bezwzględnej
UKŁADY RÓWNAŃ				
• sprawdza, czy dana para liczb spełnia dany układ równań	• do danego równania dopisuje drugie równanie tak, aby	• zapisuje w postaci układu równań podane informacje tekstowe	• dopisuje drugie równanie tak, aby układ był sprzeczny, oznaczony, nieoznaczony	• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące układów równań, w

• rozwiązuje proste układy równań metodą podstawiania i przeciwnych współczynników • określa, ile rozwiązań ma dany układ równań (proste przypadki) • stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania prostych zadań tekstowych	rozwiązaniem była dana para liczb • rozwiązuje układy równań metodą podstawiania określa, ile rozwiązań ma dany układ równań • rozwiązuje układy równań metodą przeciwnych współczynników • stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych	• dobiera współczynniki liczbowe w układzie równań tak, aby dana para liczb była jego rozwiązaniem • określa, ile rozwiązań ma dany układ równań • stosuje układy równań do rozwiązywania prostych zadań tekstowych, w tym zadań dotyczących prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych.	• rozwiązuje układy równań w trudniejszych przypadkach, stosując przekształcenia algebraiczne i wzory skróconego mnożenia • rozwiązuje złożone zadania tekstowe (prędkość, roztwory, lokaty). Szybko i bezbłędnie wykonuje rachunki.	tym np. układów równań liniowych z trzema (lub więcej) niewiadomymi, oraz ich zastosowania w zadaniach tekstowych
FUNKCJE				
• Określa funkcję różnymi sposobami (graf, tabela, wykres, opis, wzór). • Odczytuje z wykresu: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, wartości min/max, wartości dla argumentów, wartości dodatnie/ujemne, monotoniczność. • odczytuje z wykresu wartość funkcji dla danego argumentu oraz argument dla danej wartości funkcji, określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne • określa na podstawie wykresu przedziały monotoniczności funkcji • wyznacza dziedzinę funkcji z tabeli lub opisu słownego • oblicza wartość funkcji dla różnych argumentów na podstawie wzoru funkcji	• na podstawie wykresu funkcji określa argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne • oblicza argument odpowiadający podanej wartości funkcji • sprawdza algebraicznie położenie punktu o danych współrzędnych względem wykresu funkcji danej wzorem • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji danej wzorem z osiami układu współrzędnych • rysuje przypadkach wykres funkcji danej wzorem • sporządza wykresy funkcji: $y = f(x - p)$, $y = f(x) + q$, $y = f(x - p) + q$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$ na podstawie danego wykresu funkcji $y = f(x)$	• rozpoznaje i opisuje zależności funkcyjne w sytuacjach praktycznych • przedstawia daną funkcję na różne sposoby w prostych przypadkach • na podstawie wykresu funkcji odczytuje rozwiązania równania $f(x) = m$ dla ustalonej wartości m • na podstawie wykresu funkcji odczytuje zbiory rozwiązań nierówności: $f(x) > m$, $f(x) < m$, $f(x) \geq m$, $f(x) \leq m$ dla ustalonej wartości m	• przedstawia funkcje na różne sposoby w trudniejszych przypadkach. • odczytuje z wykresu rozwiązania równań/nierówności typu $f(x) = g(x)$, $f(x) < g(x)$, $f(x) > g(x)$. • szkicuje wykresy funkcji przedziałami oraz stosuje złożone przekształcenia wykresów. • stosuje własności funkcji w zadaniach praktycznych (droga, prędkość, czas).	• udowadnia, że funkcja np. $f(x) = \frac{1}{x}$ nie jest monotoniczna w swojej dziedzinie • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji

• odczytuje argument odpowiadający podanej wartości funkcji • Oblicza wartość i argument ze wzoru (proste przypadki) oraz punkt przecięcia z osiami. • Rozpoznaje wielkości odwrotnie proporcjonalne, wyznacza ich współczynnik i wzór ze współrzędnych punktu.	• stosuje funkcje i ich własności w prostych sytuacjach praktycznych • stosuje zależność między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi do rozwiązywania prostych zadań • szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ dla danego $a > 0$ i $x > 0$			
FUNKCJA LINIOWA				
• rozpoznaje funkcję liniową na podstawie wzoru lub wykresu • rysuje wykres funkcji liniowej danej wzorem • oblicza wartość funkcji liniowej dla danego argumentu i odwrotnie • wyznacza miejsce zerowe funkcji liniowej • oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej • interpretuje współczynniki ze wzoru funkcji liniowej • wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dane dwa punkty • wyznacza współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji liniowej z osiami układu współrzędnych • przekształca równanie ogólne prostej do postaci kierunkowej i odwrotnie • rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i metodą graficzną	• wyznacza algebraicznie oraz odczytuje z wykresu funkcji liniowej zbiór argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie, ujemne • odczytuje z wykresu funkcji liniowej jej własności: dziedzinę, zbiór wartości, miejsce zerowe, monotoniczność • sprawdza algebraicznie i graficznie, czy dany punkt należy do wykresu funkcji liniowej • sprawdza, czy dane trzy punkty są współliniowe • stosuje warunek równoległości i prostokątności prostych • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej • wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez dany punkt i jest prostokątny do wykresu danej funkcji liniowej	• sprawdza, dla jakich wartości parametru funkcja liniowa jest rosnąca, malejąca, stała • oblicza pole figury ograniczonej wykresami funkcji liniowych oraz osiami układu współrzędnych • rozpoznaje wzajemne położenie prostych na podstawie ich równań • znajduje współrzędne wierzchołków wielokąta, gdy dane są równania prostych zawierających jego boki • analizuje własności funkcji liniowej	• sprawdza, dla jakich wartości parametru dwie proste są równoległe, prostokątne • rozwiązuje zadania tekstowe prowadzące do układów równań liniowych z dwiema niewiadomymi • sprawnie, szybko i bezbłędnie wykonuje obliczenia	• określa własności funkcji liniowej w zależności od wartości parametrów występujących w jej wzorze • wykorzystuje własności funkcji liniowej w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych • wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty • udowadnia warunek prostokątności prostych o danych równaniach kierunkowych • rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej

określa liczbę rozwiązań układu równań liniowych, korzystając z jego interpretacji geometrycznej	rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalne			
PLANIMETRIA				
- Stosuje twierdzenie o sumie kątów w trójkącie. - Dowodzi i wykorzystuje cechy przystawania/podobieństwa trójkątów w prostych zadaniach. - Zapisuje proporcje boków i stosuje twierdzenie o stosunku pól figur podobnych (proste przypadki). - Rozwiązuje proste zadania z twierdzeniem Talesa i wskazuje odcinki proporcjonalne. - Potrafi dobrać odpowiedni wzór i obliczyć pole trójkąta. - Rozpoznaje kąty środkowe w okręgu. - Oblicza długość okręgu, długość łuku oraz pole koła i jego wycinka. - Określa liczbę punktów wspólnych oraz wzajemne położenie prostej i okręgu, a także dwóch okręgów, analizując odległości i promienie. - Rozpoznaje kąty wpisane i środkowe oraz wykorzystuje twierdzenia o relacjach między nimi w prostych przypadkach. - Rozwiązuje zadania z okręgami wpisanymi i opisanymi na trójkątach	- Stosuje nierówność trójkąta (warunek konstrukcji trójkąta z 3 odcinków). - Stosuje cechy przystawania i podobieństwa do obliczania boków i rozwiązywania zadań standardowych. - Wykorzystuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do Talesa (dowodzenie równoległości prostych). - Oblicza pola figur złożonych z wykorzystaniem wzorów na pole koła oraz pole wycinka koła. - Wykorzystuje styczość okręgów oraz rozwiązuje zadania dotyczące okręgów wpisanych i opisanych na dowolnych trójkątach. - Stosuje w zadaniach twierdzenia o okręgu wpisanym oraz opisanym na czworokącie. - Oblicza miary kątów wewnętrznych wielokątów foremnych oraz wyznacza liczbę ich boków na podstawie sumy miar kątów. - Stosuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trójkątów, także w sytuacjach o charakterze praktycznym.	- Oblicza sumę kątów wewnętrznych wielokąta oraz liczbę jego boków. - Wykorzystuje podobieństwo i przystawanie trójkątów oraz podobieństwo wielokątów w problemach praktycznych i geometrycznych. - Stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie. - Wykorzystuje zaawansowane własności stycznej oraz styczność okręgów do rozwiązywania trudniejszych problemów planimetrycznych. - Stosuje twierdzenia o kącie środkowym i wpisanym w bardziej złożonych sytuacjach geometrycznych. - Rozwiązuje zadania dotyczące okręgów wpisanych i opisanych na trójkątach oraz czworokątach, a także wyznacza promienie okręgów wpisanych i opisanych na wielokątach foremnych. - Wykorzystuje twierdzenie sinusów i cosinusów do rozwiązywania trudniejszych zadań, również w kontekście praktycznym.	- Przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie - Stosuje cechy przystawania trójkątów do rozwiązywania trudniejszych zadań geometrycznych - Wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania praktycznych problemów i trudniejszych zadań geometrycznych - Sprawnie, szybko i bezbłędnie wykonuje obliczenia. - Formułuje oraz dowodzi twierdzenia dotyczące relacji między kątem środkowym i wpisanym w okrąg. - Stosuje twierdzenie o cięciwach do obliczania długości odcinków w okręgach. - Uzasadnia własności czworokątów w związku z okręgiem wpisanym i opisanym. - Formułuje i dowodzi twierdzenia opisujące związki miarowe oraz własności w wielokątach foremnych.	- Dowodzi twierdzenia Talesa oraz twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie. - Rozwiązuje zadania dowodowe z zastosowaniem twierdzenia Talesa i twierdzenia do niego odwrotnego. - Stosuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w dowodach. - Rozwiązuje trudne zadania z przystawania i podobieństwa figur. - Przeprowadza dowody ważnych twierdzeń planimetrycznych, m.in. twierdzenia o cięciwach w okręgu oraz twierdzenia sinusów i cosinusów. - Udowadnia zależności w trójkątach, czworokątach oraz wielokątach foremnych, w tym z wykorzystaniem narzędzi trygonometrycznych. - Rozwiązuje zaawansowane problemy z planimetrii o podwyższonym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii.

(równobocznych i prostokątnych) oraz weryfikuje warunki wpisania lub opisanie okręgu na czworokącie. • Rozpoznaje wielokąty foremne i potrafi podać ich własności.				
FUNKCJA KWADRATOWA				
• Szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ i podaje jej własności • sprawdza algebraicznie, czy dany punkt należy do wykresu danej funkcji kwadratowej • Przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie • Oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego • Oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii.	• Szkicuje wykres funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej i podaje jej własności. • Ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o przesunięciach wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ • Przekształca wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do postaci ogólnej i odwrotnie. • Ustala wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu.	• Szkicuje wykres funkcji kwadratowej i podaje jej własności • Znajduje współczynniki funkcji kwadratowej, jeśli zna współrzędne punktów należących do jej wykresu	• Znajduje współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej własnościach, np. zbiorze wartości, maksymalnych przedziałach monotoniczności • Sprawnie, szybko i bezbłędnie wykonuje obliczenia	• Przekształca na ogólnych danych wzór funkcji kwadratowej z postaci ogólnej do postaci kanonicznej • Wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli • Rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej
• Rozwiązuje równania (w tym dwukwadratowe) i nierówności kwadratowe oraz potrafi wykonywać działania na zbiorach ich rozwiązań (iloczyn, różnica) na osi liczbowej. • Bada własności funkcji – wyznacza jej pierwiastki, zapisuje ją w postaci iloczynowej, szuka	• Wykorzystuje nierówności kwadratowe do rozwiązywania problemów algebraicznych (np. wyznaczania dziedziny funkcji). • Potrafi zinterpretować i zilustrować graficznie układy równań obejmujące równania stopnia pierwszego i drugiego.	• Rozwiązuje trudniejsze równania sprowadzalne do kwadratowych oraz ilustruje graficznie w układzie współrzędnych obszary opisane układami nierówności. • Wykorzystuje wzory Viète'a do obliczania wartości złożonych wyrażeń oraz układu równania kwadratowe	• Zaznacza w układzie współrzędnych obszary opisane układami nierówności. • Wyprowadza wzory Viète'a oraz sprawnie wyznacza wartości parametru spełniające zadane warunki. • Rozwiązuje trudniejsze zadania tekstowe oraz problemy optymalizacyjne,	• Wykorzystuje wzory skróconego mnożenia do przeprowadzania dowodów twierdzeń algebraicznych. • Rozwiązuje nietypowe, trudne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, ze szczególnym uwzględnieniem zaawansowanych zadań z parametrem.

argumentów dla konkretnych wartości oraz oblicza najmniejszą i największą wartość (także w przedziale domkniętym). • Rozwiązuje algebraicznie i interpretuje geometrycznie układy równań z wykorzystaniem równań prostych i parabol. • Wykorzystuje wzory do obliczania sumy i iloczynu pierwiastków równania kwadratowego.	• Wykorzystuje cechy i własności funkcji kwadratowej do analizy jej przebiegu oraz wyznaczania wartości ekstremalnych (najmniejszej i największej) w ograniczonym przedziale. • Stosuje wzory Viète'a do określania własności rozwiązań równania kwadratowego bez konieczności ich dokładnego wyliczania. • Analizuje i rozwiązuje zadania z parametrem.	spełniające określone warunki dla ich pierwiastków. • Rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe z parametrem • Analizuje i rozwiązuje zadania tekstowe, dobierając i zapisując odpowiedni model matematyczny (równanie, nierówność lub funkcję kwadratową).	wykorzystując własności funkcji kwadratowej. • Rozwiązuje postawione problemy szybko, sprawnie i bezbłędnie.	
WIELOMIANY				
• Rozpoznaje i porządkuje wielomiany, określa ich stopień oraz współczynniki, oblicza wartość dla danego argumentu, a także dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany. • Przekształca wielomiany do postaci iloczynowej, wykorzystując wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, metodę grupowania wyrazów oraz wzory skróconego mnożenia (dla kwadratów i sześcianów). • Dzieli wielomian przez dwumian, zapisuje wynik dzielenia z resztą oraz bada podzielność i wyznacza resztę bez wykonywania bezpośredniego dzielenia. • Sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem, wyznacza pozostałe rozwiązania oraz potrafi określić ich krotność.	• Wyznacza współczynniki i parametry wielomianów na podstawie określonych warunków (w tym z wykorzystaniem równości wielomianów), wskazuje wybrany współczynnik bez wykonywania mnożenia oraz oblicza wartości wielomianów wielu zmiennych. • Przekształca wielomian do postaci iloczynowej najniższego stopnia oraz sprawdza podzielność wielomianów bez wykonywania dzielenia • Rozwiązuje równania z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych oraz operuje krotnościami pierwiastków do znajdowania pozostałych rozwiązań lub konstruowania wzoru	• Dzieli wielomiany (m.in. za pomocą schematu Hornera), zapisuje wynik w postaci z resztą oraz wyznacza resztę z dzielenia (w tym przez wielomian stopnia drugiego). • Określa stopień wielomianu zależnego od parametru oraz wykorzystuje uogólnione wzory skróconego mnożenia • Rozwiązuje różnego typu równania, opierając się na twierdzeniu o pierwiastkach całkowitych, oraz wykorzystuje modele wielomianowe w praktycznych problemach geometrycznych (np. związki miarowe w prostopadłościanach). • Wykonuje działania na zbiorach określonych przez nierówności wielomianowe oraz stosuje je do wyznaczania	• Rozwiązuje złożone problemy z parametrem dotyczące równań i nierówności wielomianowych, w tym analizy pierwiastków wielokrotnych oraz reszty z dzielenia. • Wykonuje działania na wielomianach wielu zmiennych oraz rozwiązuje trudniejsze równania wielomianowe, wykorzystując m.in. twierdzenie o pierwiastkach całkowitych. • Wyprowadza wzory skróconego mnożenia i praktycznie je wykorzystuje (np. do usuwania niewymierności z mianownika). • Rozwiązuje zadania szybko, sprawnie i bezbłędnie.	• Przeprowadza dowody kluczowych twierdzeń algebraicznych (m.in. twierdzenia Bézouta, o pierwiastkach całkowitych wielomianu, o dzieleniu z resztą) • Analizuje i rozwiązuje problemy z parametrem o podwyższonym stopniu trudności, w tym zadania dotyczące wyznaczania reszty z dzielenia przez wielomian drugiego stopnia • Wykorzystuje równania i nierówności wielomianowe do rozwiązywania nietypowych, trudnych zadań matematycznych oraz zadań o podwyższonym stopniu trudności osadzonych w kontekście praktycznym.

• Dobiera wzór wielomianu do jego wykresu oraz rozwiązuje nierówności wielomianowe, opierając się na postaci iloczynowej i szkicu wykresu (tzw. siatce znaków).	wielomianu o konkretnych własnościach. • Analizuje, odczytuje i szkicuje wykresy wielomianów na podstawie ich pierwiastków (oraz odwrotnie – ustala wzór ze szkicu). Wykorzystuje wielomiany do opisywania problemów geometrycznych (pole, objętość) z poprawnym ustaleniem ich dziedziny.	dziedziny bardziej złożonych funkcji (np. zawierających pierwiastki kwadratowe).		
FUNKCJE WYMIERNE				
• Szkicuje wykresy proporcjonalności odwrotnej oraz funkcji homograficznych, wykorzystując m.in. przesunięcie o wektor. Określa ich kluczowe własności: dziedzinę, zbiór wartości, asymptoty oraz przedziały monotoniczności, a także dobiera wzór do gotowego wykresu. • Przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej. • Wyznacza dziedzinę wyrażeń algebraicznych (w tym iloczynów, ilorazów i wyrażeń zawierających ułamki z pierwiastkami). Upraszcza wyrażenia wymierne, oblicza ich wartość dla danego argumentu oraz wykonuje na nich działania, formułując odpowiednie założenia. • Analizuje funkcje wymierne dane wzorem, wyznaczając ich dziedzinę i miejsca zerowe.	• Szkicuje wykresy funkcji homograficznej (również w ograniczonych przedziałach) oraz bada ich własności (wyznacza dziedzinę, miejsca zerowe, asymptoty, a także środek i osie symetrii). • Wyznacza wzór funkcji na podstawie zadanych warunków. • Biegle operuje wyrażeniami wymiernymi: przekształca wzór funkcji homograficznej do postaci kanonicznej oraz przekształca zadane wzory matematyczne w celu wyznaczenia szukanej zmiennej. • Rozwiązuje (algebraicznie i graficznie) nierówności wymierne oraz równania i nierówności z wartością bezwzględną. Odczytuje z wykresu i wyznacza analitycznie współrzędne punktów przecięcia hiperboli z prostą	• Bada własności i szkicuje wykresy funkcji homograficznej w trudniejszych przypadkach, samodzielnie układa jej wzór na podstawie zadanych warunków oraz analizuje problemy z parametrem. • Biegle wykonuje działania na wyrażeniach wymiernych (m.in. mnożenie i dzielenie) w sytuacjach o podwyższonym stopniu trudności, pamiętając o dziedzinie i doprowadzaniu wyników do najprostszej postaci. • Rozwiązuje układy nierówności wymiernych oraz wykorzystuje definicję i własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności (w tym wymiernych). • Rozwiązuje zadania tekstowe przy użyciu funkcji i wyrażeń wymiernych, ze	• Wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji z rysunku oraz rozwiązuje zadania (w tym problemy z parametrem) opierając się na wykresach funkcji wymiernych. • Wykonuje operacje na wyrażeniach wymiernych dwóch zmiennych (wraz z określaniem koniecznych założeń) oraz rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań wymiernych. • Wykorzystuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych w sytuacjach o podwyższonym stopniu trudności.	• Przekształca analitycznie oraz ilustruje graficznie skomplikowane wzory funkcji zawierające sumy lub różnice wyrażeń z wartością bezwzględną. • Wykorzystuje zaawansowane własności hiperboli do rozwiązywania problemów i zadań matematycznych. • Analizuje i rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, opisane za pomocą funkcji wymiernych z parametrem.

	Wykorzystuje wyrażenia wymierne do modelowania i rozwiązywania prostych zadań tekstowych.	szczególnym uwzględnieniem zagadnień związanych z ruchem (droga, prędkość, czas)		
TRYGONOMETRIA				
- Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych, wykorzystując twierdzenie Pitagorasa, definicje, znajomość kątów charakterystycznych (30°, 45°, 60°) oraz tablice matematyczne. - Interpretuje kąty graficznie, wyznacza wartości ich funkcji na podstawie współrzędnych punktu leżącego na ramieniu kąta oraz poprawnie określa znaki funkcji dla kątów rozwartych. - Oblicza i upraszcza wartości wyrażeń trygonometrycznych, stosując podstawowe wzory redukcyjne. - Stosuje wzory na pole trójkąta (w tym wzór trygonometryczny oraz wzór na pole trójkąta równobocznego).	- Wyprowadza ogólne zależności miarowe w figurach (np. przekątna kwadratu, wysokość trójkąta równobocznego), korzystając z twierdzenia Pitagorasa. - Wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych na podstawie znanej jednej z nich, sprawdza istnienie kąta ostrego spełniającego zadane warunki oraz upraszcza wyrażenia trygonometryczne za pomocą poznanych związków. - Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych w trudniejszych sytuacjach dla kątów ostrych, korzysta z tablic dla kątów rozwartych oraz zaznacza kąt w układzie współrzędnych, gdy dana jest wartość jego funkcji. - Wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań o charakterze praktycznym oraz stosuje wzory na pola czworokątów	- Wyznacza długości odcinków w trudniejszych przypadkach za pomocą twierdzenia Pitagorasa oraz wykorzystuje własności stycznej do okręgu podczas rozwiązywania zadań. - Uzasadnia i dowodzi tożsamości trygonometryczne (w tym związki między funkcjami kątów ostrych, a także upraszcza wyrażenia za pomocą poznanych związków). - Wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych w trudniejszych sytuacjach oraz oblicza pozostałe funkcje, gdy dany jest tangens lub cotangens kąta. - Stosuje wzór na pole trójkąta (m.in. z użyciem funkcji trygonometrycznych) oraz wykorzystuje tę umiejętność do obliczania pól innych wielokątów.	- Wyprowadza wybrane wzory (np. na pole) oraz ogólne zależności własności czworokątów. - Oblicza pola czworokątów w trudniejszych przypadkach oraz wykorzystuje pole trójkątów i poznane wzory do rozwiązywania bardziej złożonych zadań dotyczących innych wielokątów. - Wyprowadza jedynkę trygonometryczną oraz inne relacje między funkcjami tego samego kąta, a także przekształca trudniejsze wyrażenia i stosuje te związki w zadaniach. - Wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania trójkątów w kontekście zadań praktycznych.	- Przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa oraz twierdzenia do niego odwrotnego. - Uzasadnia i analizuje relacje miarowe występujące w czworokątach. - Rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, ze szczególnym uwzględnieniem dowodzenia związków miarowych w trójkątach i czworokątach.
FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA				
Zapisuje liczby w postaci potęgi o wykładniku rzeczywistym oraz upraszcza	Porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, wyznacza wzór i	Uprasza wyrażenia stosując prawa działań na potęgach w trudniejszych sytuacjach oraz	Wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do	Rozwiązuje nietypowe, złożone problemy o znacznym stopniu trudności związane z

wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach. • Oblicza wartości funkcji wykładniczej, sprawdza przynależność punktu do wykresu, szkicuje wykresy (w tym z wykorzystaniem symetrii i przesunięć o wektor), podaje ich własności oraz rozwiązuje proste równania wykładnicze. • Oblicza logarytmy, korzysta z ich definicji oraz stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do obliczania wartości wyrażeń. • Szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności.	szkicuje wykres funkcji wykładniczej, a także rozwiązuje równania i nierówności wykładnicze. • Wyznacza podstawę lub liczbę logarytmowaną, podaje konieczne założenia i upraszcza wyrażenia z logarytmami oraz stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu. • Wyznacza dziedzinę i zbiór wartości funkcji logarytmicznej, oblicza jej podstawę na podstawie współrzędnych punktu, szkicuje wykresy z uwzględnieniem przekształceń oraz bada jej własności.	porównuje liczby przedstawione w postaci potęg. • Rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, opierając się na wykresach (w tym przekształconych), monotoniczności oraz własnościach funkcji. • Odczytuje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z tablic oraz stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń. • Szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń. • Rozwiązuje równania i nierówności logarytmiczne (m.in. graficznie) oraz rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej. • Wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań w kontekście praktycznym, ze szczególnym uwzględnieniem wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego.	rozwiązywania różnorodnych problemów oraz trudniejszych zadań z parametrem. • Rozwiązuje graficznie równania (odczytując punkty wspólne wykresu logarytmicznego i prostej) oraz potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane za pomocą funkcji wykładniczych i logarytmicznych. • Przeprowadza dowód twierdzenia o zmianie podstawy logarytmu oraz wykorzystuje tę własność w zadaniach o charakterze dowodowym • Rozwiązuje złożone zadania osadzone w kontekście praktycznym, ze szczególnym uwzględnieniem zjawisk wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego.	funkcją wykładniczą oraz logarytmiczną. • Przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących logarytmów, ze szczególnym uwzględnieniem praw działań na logarytmach oraz twierdzenia o zmianie podstawy logarytmu.
FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE				
• Posługuje się definicją dowolnego kąta, zaznacza kąty i wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych (w tym dla kątów rozwartych), określa ich znaki oraz	• Oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dla dowolnych kątów w mierze stopniowej i łukowej, bada przynależność punktu do ramienia kąta oraz wyznacza	• Wykorzystuje wykresy funkcji sinus i cosinus do określania liczby rozwiązań równań w zależności od parametru m oraz stosuje	• Przeprowadza dowody bardziej wymagających tożsamości trygonometrycznych, precyzyjnie określając i	• Wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego oraz połowy kąta. • Stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów w rozwiązywaniu

przelicza miarę stopniową na łukową i odwrotnie. • Szkicuje wykresy funkcji sinus, cosinus, tangens i cotangens (po przekształceniach i przesunięciach), odczytuje z nich okres podstawowy oraz określa własności funkcji. • Stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne oraz wzory na funkcje sumy i różnicy kątów w obliczeniach i upraszczaniu wyrażeń. • Rozwiązuje proste równania trygonometryczne oraz nierówności, wykorzystując do tego celu wykresy odpowiednich funkcji.	kąty na podstawie danych wartości lub informacji z zadania. • Szkicuje wykresy funkcji okresowych i trygonometrycznych, analizuje ich własności w zadanym przedziale, wykorzystuje okresowość do wyznaczania wartości oraz odczytuje z wykresów argumenty i rozwiązania równań. • Szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych po złożonych przekształceniach geometrycznych oraz bada własności tak powstałych wykresów. • Dowodzi prostszych tożsamości (wraz z wyznaczaniem założeń), stosuje wzory redukcyjne oraz wzory na podwojony kąt, a także rozwiązuje równania trygonometryczne.	wykresy w zadaniach analitycznych. • Szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych po przekształceniach (np. z wartością bezwzględną) i określa ich własności, a także wyznacza zbiory wartości funkcji, m.in. z użyciem wzorów na sumę i różnicę kątów. • Przeprowadza dowody tożsamości trygonometrycznych z uwzględnieniem dziedziny i założeń, a także stosuje wzory na kąt podwojony do obliczania wartości funkcji połowy kąta oraz przekształca wyrażenia za pomocą poznanych zależności. • Rozwiązuje bardziej zaawansowane równania trygonometryczne, które dzięki odpowiednim podstawieniom lub przekształceniom można sprowadzić do równań wielomianowych.	uwzględniając niezbędne założenia. • Rozwiązuje trudniejsze, nietypowe równania trygonometryczne. • Szkicuje wykresy funkcji stanowiące złożenie kilku przekształceń geometrycznych oraz określa ich własności. • Wykonuje obliczenia matematyczne szybko, sprawnie i bezbłędnie.	równań, a także dobiera i stosuje odpowiednie podstawienia w równaniach trygonometrycznych. • Rozwiązuje złożone zadania z zakresu funkcji trygonometrycznych o znacznym stopniu trudności.
GEOMETRIA ANALITYCZNA				
• Oblicza odległości między punktami, odległość punktu od prostej oraz wyznacza środek odcinka; operuje równaniem okręgu (w postaci kanonicznej i ogólnej), potrafi wyznaczyć jego promień, środek oraz tworzyć równania na podstawie danych punktów.	• Wykorzystuje wzory na odległość między punktami oraz współrzędne środka odcinka w zadaniach dotyczących wielokątów, wyznacza końce odcinków oraz oblicza odległość między prostymi równoległymi. • Weryfikuje, czy dane równanie opisuje okrąg,	• Stosuje wzór na odległość punktu od prostej do wyznaczania pól wielokątów w układzie współrzędnych. • Określa warunki na parametry, aby dane równanie przedstawiało okrąg, oraz wyznacza równania okręgów opisanych na trójkątach.	• Wyznacza równanie krzywej, której punkty spełniają warunek równoodległości od ustalonego punktu i prostej (klasyczna definicja paraboli). • Stosuje równanie okręgu w trudniejszych zadaniach analitycznych oraz rozwiązuje złożone zadania dotyczące	• Wykorzystuje rachunek i działania na wektorach w trudniejszych, wymagających dowodach geometrycznych. • Rozwiązuje najbardziej wymagające zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej lub relacji między dwoma okręgami.

• Rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których co najmniej jedno równanie jest stopnia drugiego, z uwzględnieniem wymagających zadań z parametrem. • Wykonuje działania na wektorach i stosuje je do rozwiązywania zadań geometrycznych, takich jak podział odcinka. • Rozpoznaje figury osiowo- i środkowosymetryczne, wyznacza współrzędne punktów, szkicuje obrazy wielokątów oraz wyznacza równania okręgów symetrycznych względem osi układu współrzędnych, początku układu lub zadanych prostych.	stosuje równanie okręgu w zadaniach oraz analizuje wzajemne położenie okręgów i prostych. • Stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach analitycznych. • Bada równoległość wektorów, wyznacza parametry spełniające warunki współliniowości, wykorzystuje interpretację geometryczną działań na wektorach oraz stosuje wektory w zadaniach analitycznych. • Wykorzystuje własności symetrii osiowej oraz środkowej do rozwiązywania zadań geometrycznych.	• Analizuje wzajemne położenie oraz liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów, a także okręgu i prostej w zależności od parametru. • Wyznacza równania prostych stycznych do okręgu, które spełniają zadane warunki geometryczne. • Wykorzystuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach analitycznych.	wzajemnego położenia okręgu i prostej. • Wykorzystuje własności i działania na wektorach do przeprowadzania dowodów geometrycznych. • Wykonuje obliczenia matematyczne szybko, sprawnie i bezbłędnie.	
---	---	---	---	--

CIĄGI

• Wyznacza kolejne wyrazy ciągu określonego na różne sposoby (wzór ogólny, rekurencyjny, opis słowny), szkicuje jego wykres oraz bada i uzasadnia monotoniczność (w tym operacje na wzorach ogólnych ciągów). • Operuje pojęciem ciągu arytmetycznego i geometrycznego, wyznacza ich wyrazy, bada monotoniczność oraz oblicza sumy n początkowych wyrazów dla obu typów ciągów.	• Wyznacza wzory ogólne i rekurencyjne na podstawie początkowych wyrazów lub warunków, bada monotoniczność ciągów (z definicji oraz z użyciem parametrów) i analizuje ich zachowanie (np. odległość wyrazów od danej liczby). • Wyznacza wzory i brakujące wyrazy ciągów na podstawie dowolnych dwóch wyrazów lub warunków z niewiadomymi, bada związek między trzema kolejnymi wyrazami (w tym średnią geometryczną) oraz	• Wyznacza wzory ogólne ciągów spełniających złożone warunki oraz rozwiązuje trudniejsze zadania dotyczące ich monotoniczności. • Wykorzystuje własności ciągów arytmetycznych i geometrycznych w zaawansowanych zadaniach dowodowych oraz uzasadnia wzory za pomocą sumy $\sum_{k=1}^n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego. • Modeluje i rozwiązuje zadania dotyczące lokat systematycznego	• Dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych, bada monotoniczność przy użyciu wzoru na sumę $\sum_{k=1}^n$ wyrazów ciągu arytmetycznego oraz rozwiązuje trudne zadania związane ze wzorami rekurencyjnymi. • Przeprowadza zaawansowane dowody w zadaniach dotyczących ciągów arytmetycznych i geometrycznych (m.in. dowodzi, że ciąg jest arytmetyczny wtedy i tylko	• Wykorzystuje wzór na sumę nieskończonego szeregu geometrycznego do rozwiązywania zaawansowanych zadań dotyczących obliczania długości nieskończonych konstrukcji geometrycznych oraz krzywych o charakterze rekurencyjnym lub fraktalnym.
---	---	--	---	---

• Oblicza wysokość zgromadzonego kapitału przy uwzględnieniu różnych okresów kapitalizacji odsetek. • Analizuje zachowanie ciągu na podstawie wykresu (rozpoznaje zbieżność, rozbieżność oraz granice niewłaściwe) oraz bada zbieżność nieskończonych szeregów geometrycznych.	przeprowadza dowody, że dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny. • Wykorzystuje wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach tekstowych i równaniach, a także oblicza oprocentowanie lokat i ustala okres oszczędzania. • Oblicza granice właściwe i niewłaściwe ciągów (korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach oraz twierdzenia o trzech ciągach), wyznacza sumy zbieżnych szeregów geometrycznych oraz stosuje je m.in. do zamiany ułamków okresowych na zwykłe.	oszczędzania oraz problemów związanych z kredytami. • Przeprowadza formalne dowody rozbieżności ciągów z definicji oraz rozwiązuje równania algebraiczne wykorzystujące wzór na sumę nieskończonego szeregu geometrycznego.	wtedy, gdy jego wykres leży na prostej). • Oblicza skomplikowane granice ciągów, w tym wyznacza ich wartości w zależności od parametru, oraz formalnie uzasadnia istnienie granic niewłaściwych. • Wykonuje obliczenia matematyczne szybko, sprawnie i bezbłędnie.	
---	--	--	--	--

RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

• Bada istnienie granicy funkcji w punkcie (m.in. na podstawie wykresów), oblicza granice właściwe i jednostronne przy użyciu twierdzeń o działaniach na granicach, wyznacza granice w nieskończoności oraz znajduje równania asymptot poziomych wykresu funkcji. • Wyznacza pochodne funkcji oraz ich wartości w punktach, a także wyznacza równania prostych stycznych do wykresów. • Wykorzystuje własności pochodnej do wyznaczania	• Dowodzi wartości granicy z definicji, bada granice jednostronne (w tym niewłaściwe) oraz ich związek z granicą w punkcie, wyznacza asymptoty pionowe oraz analizuje ciągłość funkcji w punktach i przedziałach. • Stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsc zerowych oraz twierdzenie Weierstrassa do znajdowania wartości największej i najmniejszej na przedziale domkniętym, a także wyznacza zbiory wartości funkcji.	• Oblicza granice funkcji w punkcie oraz wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja zachowuje ciągłość w zadanych punktach lub przedziałach. • Wyprowadza wzory na pochodne funkcji w oparciu o definicję oraz potrafi uzasadnić brak pochodnej w danym punkcie. • Wyznacza współrzędne punktów wykresu, w których styczne spełniają określone warunki, oraz wykorzystuje pochodną w zagadnieniach fizycznych do obliczania	• Oblicza granice z wykorzystaniem własności funkcji sinus i cosinus, stosuje zaawansowane metody wyznaczania granic w nieskończoności oraz przeprowadza dowody braku granicy funkcji w nieskończoności • Sprawnie wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych oraz pochodne funkcji złożonych łączących funkcje trygonometryczne z wielomianami (z	• Wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji – na podstawie definicji pochodnej. • Wykorzystuje monotoniczność oraz znak pochodnej do konstruowania dowodów zaawansowanych nierówności trygonometrycznych. • Stosuje pojęcia wartości najmniejszej i największej funkcji w wymagających, nietypowych zadaniach algebraiczno-analitycznych z udziałem parametru.
---	--	--	---	---

przedziałów monotoniczności oraz lokalnych ekstremów, a także zna schemat badania własności i przebiegu funkcji.	• Oblicza pochodne z definicji oraz wyznacza wzory i pochodne funkcji złożonych; wykorzystuje interpretację geometryczną pochodnej do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej oraz kąta, jaki tworzy ona z osią OX. • Bada monotoniczność i ekstrema (również z użyciem parametrów), rozwiązuje praktyczne zadania optymalizacyjne, stosuje własności funkcji, zapisując je w tabeli przebiegu zmienności.	prędkości i przyspieszenia poruszających się ciał. • Wykorzystuje wiedzę o przebiegu zmienności do naszkicowania wykresu funkcji.	uwzględnieniem reguły łańcuchowej). • Wykorzystuje wartości najmniejsze i największe funkcji w zaawansowanych problemach teoretycznych i zadaniach z parametrem. • Wykonuje obliczenia matematyczne szybko, sprawnie i bezbłędnie.	
STATYSTYKA				
• Oblicza średnią arytmetyczną dla zestawów danych, a także wyznacza ją z diagramów oraz danych pogrupowanych. • Wyznacza medianę oraz dominantę dla prostych zestawów danych, jak i dla danych przedstawionych na diagramach lub w postaci pogrupowanej. • Oblicza średnią ważoną dla zestawu liczb.	• Wykorzystuje średnią arytmetyczną oraz średnią ważoną do rozwiązywania różnorodnych problemów i zadań praktycznych. • Stosuje medianę oraz dominantę (modę) w zadaniach o charakterze analitycznym i problemowym. • Odczytuje i poprawnie interpretuje informacje statystyczne przedstawione za pomocą skali centylowej.	• Wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę oraz dominantę w rozwiązywaniu różnorodnych zadań statystycznych.	• Wykorzystuje średnią arytmetyczną, medianę, dominantę oraz średnią ważoną w różnorodnych, wymagających zadaniach analitycznych i praktycznych. • Wykonuje obliczenia statystyczne szybko, sprawnie i bezbłędnie.	• Rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności
RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA				
• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia	• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni	• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników	• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona	• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń

• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach • przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach • wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach • oblicza wartość symbolu Newtona • oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach • stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach • określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia • wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu • stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach	• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności • określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się • wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach • oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego • sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite • stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach • ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach	doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach • oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach • oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach • oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach • oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach • stosuje własności trójkąta Pascala • wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów • stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach • stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach • stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach	• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach • stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach	• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące prawdopodobieństwa • udowadnia wzór Bayesa
---	--	--	--	---

• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką • stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach • oblicza prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite – w prostych sytuacjach		• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach • ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń • stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia		
GRANIASTOŚŁUPY I OSTROŚŁUPY				
• wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne • określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi • wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) • oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa oraz ostrosłupa • oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach • oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego • wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy • wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a	• wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę • rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu • wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach • oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach • stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów • oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu • rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również	• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii) • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań	• przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni • przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej • stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych • przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych • oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach	• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące wielościanów i ich przekrojów • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach

płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach • stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w prostych sytuacjach • rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną • na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach	z wykorzystaniem trygonometrii)			
BRYŁY OBROTOWE				
• wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) • zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli • oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach • stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach	• rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach • wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach • rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu • rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli • rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku	• stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii do obliczenia pola powierzchni i objętości brył obrotowej – w złożonych sytuacjach • rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany • opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne)	• wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa brył podobnych podczas rozwiązywania zadań • przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych	• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych • wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego

PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE

• przeprowadza proste dowody dotyczące własności liczb • przeprowadza proste dowody dotyczące własności figur płaskich	• przeprowadza proste dowody, stosując metodę równoważnego przekształcania tezy	• przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności liczb całkowitych • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące własności figur płaskich	• stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy – w trudnych sytuacjach • przeprowadza trudniejsze dowody dotyczące nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	• przeprowadza dowód nie wprost (np. dotyczący liczb pierwszych)
--	---	--	--	--